

§ e.8 CCD 伸长法杨氏模量测定

【实验背景】

一般地讲，对弹性体施加一个外界作用力，弹性体会发生形状的改变（称为“应变”），**弹性模量**的一般定义是：单向应力状态下应力除以该方向的应变。材料在弹性变形阶段，其应力和应变成正比例关系（即符合胡克定律），其比例系数称为弹性模量。弹性模量的单位是牛顿每平方米（ N/m^2 ）或帕斯卡（Pa）。“弹性模量”是描述物质弹性的一个物理量，是一个统称，表示方法可以是“杨氏模量”、“剪切模量”和“体积模量”等。**线应变**：对一根细杆施加一个拉力 F ，这个拉力与杆的截面积 S 之比，称为“线应力”，杆的伸长量 dL 与原长 L 之比，称为“线应变”。线应力除以线应变就等于杨氏模量 $E=(F/S)/(dL/L)$ ；**剪切应变**：对一块弹性体施加一个侧向的力 f （通常是摩擦力），弹性体会由方形变成菱形，这个形变的角度 a 称为“剪切应变”，相应的力 f 与受力面积 S 之比称为“剪切应力”。剪切应力除以剪切应变就等于剪切模量 $G=(f/S)/a$ ；**体积应变**：对弹性体施加一个整体的压强 P ，这个压强称为“体积应力”，弹性体的体积减少量 $(-dV)$ 与原体积 V 之比称为“体积应变”，体积应力除以体积应变就等于体积模量 $K=P/(-dV/V)$ 。

在不易引起混淆时，一般金属材料的弹性模量就是指杨氏模量，即正弹性模量。

弹性模量是表征材料的抗弹性变形的一个量，是材料刚度的一个指标，它是工程材料重要的性能参数。从宏观角度来说，弹性模量是衡量物体抵抗弹性变形能力大小的尺度；从微观角度来说，则是原子、离子或分子之间键合强度的反映。凡影响键合强度的因素均能影响材料的弹性模量，如键合方式、晶体结构、化学成分、微观组织、温度等。因合金成分不同、热处理状态不同、冷塑性变形不同等，金属材料的杨氏模量值会有 5% 或者更大的波动。但是总体来说，金属材料的弹性模量是一个对组织不敏感的力学性能指标，合金化、热处理（纤维组织）、冷塑性变形等对弹性模量的影响较小，温度、加载速率等外在因素对其影响也不大，所以一般工程应用中都把弹性模量作为常数。钢材的弹性模量

$E=2.06 \times 10^{11} \text{Pa}$ 。

但是弹性模量与材料缠绕形状有一定关系。比如将一根弹性模量已知的钢丝绕成一根弹簧，则弹性模量会改变；或者多根钢丝捻制成绞线，把它当成一个整体来检测弹性模量，其整体弹性模量与材料本身的弹性模量是不一样的。

【实验目的】

1. 测量钢丝材料的杨氏模量。
2. 学习基本长度测量方法，掌握卷尺、外径千分尺、测微目镜的使用方法。
3. 学习用逐差法或作图法处理数据。
4. 学习 CCD 成像系统的使用方法，了解其特性。

【实验原理】

1. 测量原理

设一根钢丝的截面积为 S ，原长为 L ，沿其长度方向加一拉力 F 后，钢丝的伸长量为 ΔL 。根据胡克定律，材料在弹性限度内应力与应变成正比：

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta L}{L} \quad (\text{e.8.1})$$

式中的比例系数 E 称为该材料的杨氏模量。拉力 F 用质量为 m 的砝码施加， $F = mg$ ， g 为当地重力加速度，钢丝的截面积为 $S = \frac{\pi d^2}{4}$ ， d 为钢丝的直径。因此

$$E = \frac{FL}{S\Delta L} = \frac{4mgL}{\pi d^2 \Delta L} \quad (\text{e.8.2})$$

(e.8.2)式即是本实验的测量公式。其中砝码质量 m 给定为 50g，钢丝原长 L 用卷尺测量，钢丝直径 d 用外径千分尺测量。这里应注意到钢丝直径 d 在测量公式中是一个平方项，也就是说，该项测量的精度对整个测量结果的精度有较大的影响，因此钢丝直径需多次重复测量取平均，以降低人为误差。在测量公式中增加一个砝码对应钢丝的伸长量 ΔL 是一个很小的长度变化量（约百分之几毫米），因此对该量的精确测量也是本实验需重点关注的。我们知道，一个小量往往更不容易被直接地精确测量。实验中，往往是将小量放大之后再测量。本实验中采用显微放大方法对伸长量进行直接测量。读数显微镜配 CCD (Charge

Couple Device) 成像系统, 把原来从显微镜中看到的图象通过 CCD 呈现监视器的屏幕上, 便于观测。CCD 是电荷耦合器件的简称, 是目前较实用的一种图象传感器, 它有一维和二维的两种。一维用于位移、尺寸的检测, 二维用于平面图形、文字的传递。现在的二维的 CCD 器件已作为固态摄像器应用于可视电话和无线电传真领域, 在生产过程监视器和检测上的应用也日渐广泛。本实验采用二维 CCD 器件作为固态摄像机, 它将光学图象转变为视频电信号, 由视频电缆接到监视器, 在电视屏幕上显示出来, 对伸长量 ΔL 进行直接测量。

2. 不确定度分析

由(e.8.2)式可得杨氏模量 E 的相对不确定度为:

$$u_r(E) = \sqrt{u_r^2(m) + u_r^2(L) + 4u_r^2(d) + u_r^2(\Delta L)} \quad (\text{e.8.3})$$

这里, 由于 m 由实验室给定, 其相对不确定度较其它项小很多(小一个数量级以上), 因此, 在计算中可以略去此项, 这样杨氏模量 E 的相对不确定度表达式变为:

$$u_r(E) = \sqrt{u_r^2(L) + 4u_r^2(d) + u_r^2(\Delta L)} \quad (\text{e.8.4})$$

在(e.8.4)式中, L 为单次测量量, 其绝对不确定度由 B1 类和 B2 类不确定度构成,

$$u(L) = \sqrt{u_{B1}^2(L) + u_{B2}^2(L)} \quad ; \quad u_r(L) = u(L) / L \quad (\text{e.8.5})$$

d 为重复多次测量量, 其绝对不确定度由 A 类和 B2 类不确定度构成,

$$u(d) = \sqrt{u_A^2(d) + u_{B2}^2(d)} \quad ; \quad u_r(d) = u(d) / \bar{d} \quad (\text{e.8.6})$$

ΔL 为重复多次测量量, 其绝对不确定度由 A 类和 B2 类不确定度构成,

$$u(\Delta L) = \sqrt{u_A^2(\Delta L) + u_{B2}^2(\Delta L)} \quad ; \quad u_r(\Delta L) = u(\Delta L) / \overline{\Delta L} \quad (\text{e.8.7})$$

这里一定要注意, 尽管某个 ΔL 的测量是靠加砝码前后定标线的位置差获得的, 但逐加砝码过程中, 只有逐差的结果才是重复测量量, 而每次读到的位置并非重复测量量。

【实验仪器】

本实验用到的实验仪器为:

1. 金属丝支架

高约 1.32m，可置于实验桌上，支架顶端设有金属丝悬挂装置，金属丝长度可调，约 95cm，金属丝下端连接一小圆柱，圆柱中部方形窗中有细横定标线供对齐读数标线用，小圆柱下端附有砝码托。支架下方还有一钳形平台，设有限制小圆柱转动的装置，支架底脚螺丝可调。金属丝悬挂装置两侧分别悬挂有 1 根钢丝，两根钢丝直径不同，直径分别约为 0.200mm 和 0.400mm。两根钢丝可以通过旋转金属丝悬挂装置方便地切换，悬挂装置设计有限位机制，当悬挂装置切换到位时，会有明显的“咔哒”限位感觉。

2. 读数显微镜

读数显微镜用来观测金属丝下端小圆柱中部方形窗中细横定标线位置及其变化，目镜前方装有分划板，分划板上有刻度主尺，其刻度范围 0~6mm，分度值为 1mm，微分筒每旋转一周，读数标线在主尺移动 1mm，微分筒上刻有 100 条刻线，分度值 0.01mm，仪器误差 $\pm 0.005\text{mm}$ 。读数显微镜的外观及读数示意图见图 e.8.1。

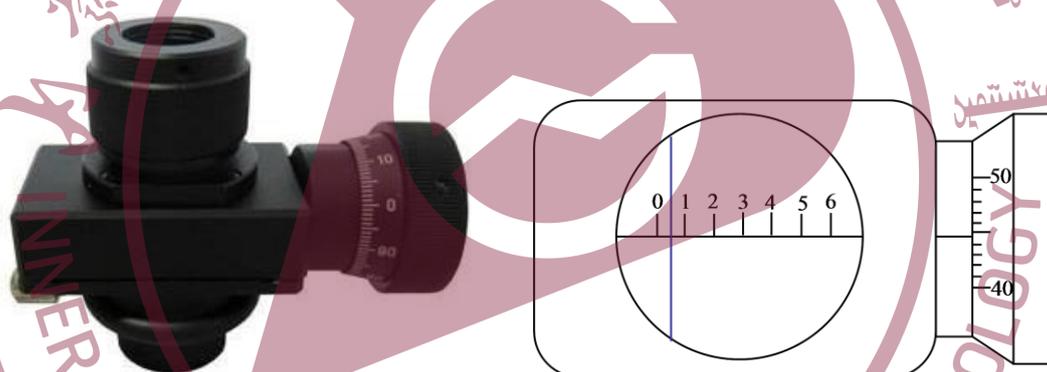


图 e.8.1 读数显微镜实物外观（左）和读数示意图（右），右图读数为 0.447mm

3. 导轨、CCD 成像、显示系统

导轨，用于支撑读数显微镜和 CCD，保持二者准确对接；CCD 彩色摄像机，灵敏度最低照 $\leq 0.2\text{Lux}$ ；CCD 专用 12V 直流电源；彩色视频监视器，屏幕尺寸 14 寸，420 线。

4. 砝码、卷尺、外径千分尺

50g 砝码 20 个，200g 砝码 1 个，砝码为防掉落豁口设计，加减砝码时要注意方法。卷尺 1 个（分度值 1mm，仪器误差 $\pm 0.5\text{mm}$ ），外径千分尺 1 把（分度值 0.01mm，仪器误差 $\pm 0.004\text{mm}$ ）。

整个实验装置示意图见图 e.8.2。

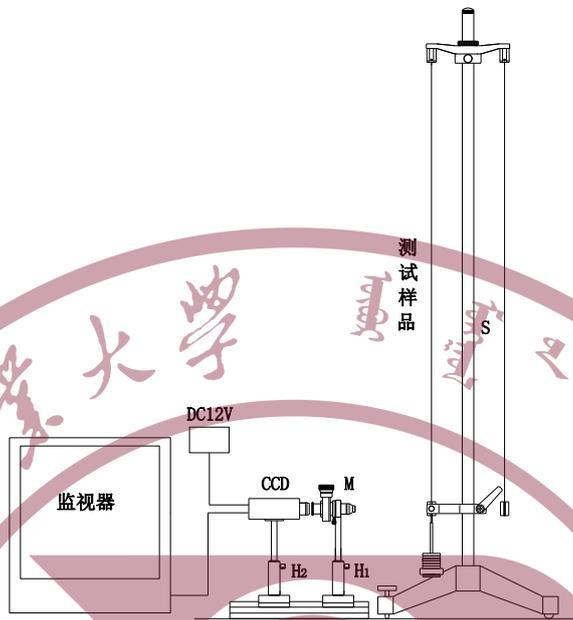


图 e.8.2 用伸长法测杨氏模量装置示意图

【实验内容】

测量钢丝材料的杨氏模量

1. 调节仪器

(A) 旋转金属丝悬挂装置将直径约 0.2mm 钢丝转到待测面，并将砝码托挂上，把 200g 砝码加到砝码托上，起到拉直钢丝和平稳砝码托的作用。

(B) 调节支架 S 铅直（用底脚螺丝调节），使金属丝下端的小圆柱与钳形的平台无摩擦地上下自由移动，旋转金属丝上端夹具，使圆柱两侧刻槽对准钳形平台两侧的限制圆柱转动的小螺丝；两侧同时对称地将旋转螺丝旋入刻槽中部，力求减小摩擦。

(C) 先调读数显微镜的目镜，用眼睛看到清晰的分刻板像；再将物镜对准小圆柱平面中部，调节显微镜前后距离，然后微调显微镜旁螺丝直到看清小圆柱平面中部上细横定标线的像，并消除视差（判断无视差的方法是：当左右或上下稍微改变视线方向时，两个像之间没有相对移动，这是读数显微镜已调节好的标志。只有无视差的调焦，才能保证测量精

度。)

(D)将 CCD 摄像机装上镜头,把视频电缆线的一端接摄像机的视频输出端子(Video out),另一端接监视器的视频输入端 (Video in)。将 CCD 专用 12V 直流电源接到摄像机后面板“Power”孔,并将直流电源和监视器分别接 220V 交流电源。仔细调整 CCD 位置及镜头焦距,直到监视器屏幕上看到清晰的图像。

2. 观测伸长变化

在只有拉直钢丝的砝码被加上的情形,此时监视器屏幕上显示的小圆柱上的细横定标线指示的刻度记为 Y_0 。然后在砝码托盘上逐次加 50g 砝码,对应的读数为 Y_i ($i=1,2, \dots, 10$),分别记录在表 e.8.1 逐加列中。再将所加的砝码逐个减去,对应的读数为 Y'_i ($i=10,9, \dots, 1$),也分别记录在表 e.8.1 逐减列中。两对应读数 Y_i 与 Y'_i 求平均并记入表 e.8.1 中。然后用逐差法处理数据, $\bar{Y}_{i+5} - \bar{Y}_i$ 为每增加 5 个砝码对应的伸长量,即 $5\Delta L_i = \bar{Y}_{i+5} - \bar{Y}_i$,最后 5 组伸长量求和再除以 25,即得每加 1 个砝码对应的伸长量。

3.用卷尺测量金属丝长度 L ;用外径千分尺测量金属丝直径 d (重复测 5 次),注意记下外径千分尺的零值偏移。将测量数据记入表 e.8.2 中

4.所测数据带入公式 e.8.2 计算细钢丝的杨氏模量,并与参考值 ($2.06 \times 10^{11} \text{Pa}$) 进行比较。

5.换用粗钢丝,重复步骤 1-4 进行测量,仿照表 e.8.1 和表 e.8.2 自制表格并记录测量数据,最后计算结果。

6.比较粗细钢丝测量结果,说明杨氏模量是否与材料形状有关。

7.对细钢丝的测量结果进行不确定度分析。

表 e.8.1 细钢丝受力后伸长量测量数据表

砝码数量 i	砝码质量(g)	逐加 Y_i (mm)	逐减 Y'_i (mm)	$\bar{Y}_i = (Y_i + Y'_i)/2$ (mm)	逐差结果 $5\Delta L_i = \bar{Y}_{i+5} - \bar{Y}_i$
1	50.0				
2	100.0				
3	150.0				

4	200.0				
5	250.0				
6	300.0				$\overline{\Delta L} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^5 (5\Delta L_i)$
7	350.0				
8	400.0				
9	450.0				
10	500.0				

(注：地球各点重力加速度与测量点的海拔高度以及纬度相关，呼和浩特地区纬度 40.82，海拔约 1063m，重力加速度 $g=9.7986\text{m/s}^2$)

表 e.8.2 细钢丝长度直径数据表

千分尺零值偏移 (mm)		钢丝原长 L (m)			
测量次数	1	2	3	4	5
$d(\text{mm})$					

【注意事项】

- 1.实验前必须检查试样是否处于平直状态，如果有折或弯曲，须用木质螺丝刀柄的圆凹槽部位沿试样来回拉动，直至使试样平直后方进行实验。
- 2.使用 CCD 摄像机时应注意：CCD 不可正对太阳光、激光或其它强光源，CCD 的 12V 直流电源不要随意用其它的电源替代，不要使 CCD 视频输出短路。防止震动、跌落。不要用手触摸 CCD 前表面，防止 CCD 过热，在测量间隙最好关闭电源。镜头和 CCD 接口螺丝较细密，旋转时要轻，镜头要防潮、防污染。
- 3.用监视器时应注意：防震并注意勿将水或油溅在屏幕上。
- 4.钢丝直径的测量应在另外给定的短试样上进行，切勿在待测杨氏模量样品上测量直径；
- 5.切换样品动作要轻缓；
- 6.放置 CCD 的导轨要垫平稳。

【思考题】

1. 通过粗细钢丝的杨氏模量测量结果的比较，你得到的结论是什么？
2. 从显微镜放大后读到的数据，是钢丝真实伸长量吗？
3. 为什么在实验前要确认待测钢丝处于平直状态？如果有折或弯曲该如何处理？
4. 逐加和逐减砝码过程中对应的钢丝伸长位置是否相同？为什么？

【附录】

应力应变曲线

聚合物材料具有粘弹性，当应力被移除后，一部分功被用于摩擦效应而被转化成热能，这一过程可用应力应变曲线表示，曲线的横坐标是应变，纵坐标是外加的应力。曲线的形状反应材料在外力作用下发生的脆性、塑性、屈服、断裂等各种形变过程。下面以钢的拉伸过程中应力与应变关系实验曲线为例，来说明拉伸过程中材料拉伸性质的各个阶段。拉伸曲线如图 e.8.3。

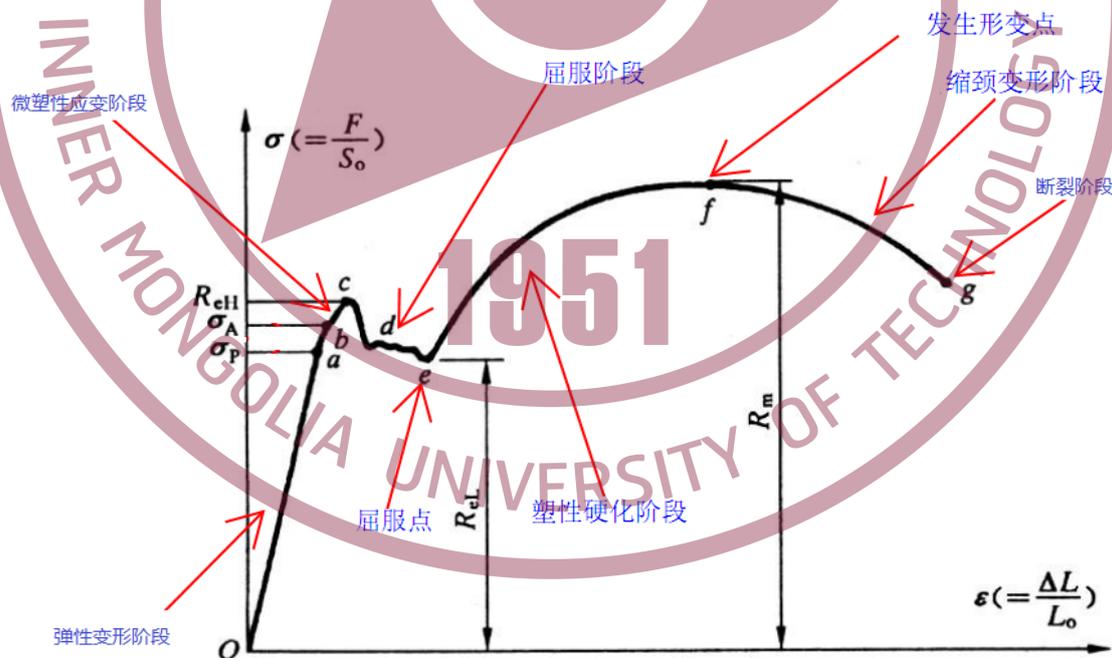


图 e.8.3 应力应变关系曲线

从此曲线上，可以看出低碳钢的变形过程有如下特点：

当应力低于 σ_A 时，应力与试样的应变成正比，应力去除，变形消失，即试样处于弹性变形阶段， σ_A 为材料的弹性极限，它表示材料保持完全弹性变形的最大应力。

当应力超过 σ_A 后，应力与应变之间的直线关系被破坏，并出现屈服平台或屈服齿。如果卸载，试样的变形只能部分恢复，而保留一部分残余变形，即塑性变形，这说明钢的变形进入弹塑性变形阶段。 σ_s 称为材料的屈服强度或屈服点，对于无明显屈服的金属材料，规定以产生 0.2% 残余变形的应力值为其屈服极限。

当应力超过 R_{eL} 后，试样发生明显而均匀的塑性变形，若使试样的应变增大，则必须增加应力值，这种随着塑性变形的增大，塑性变形抗力不断增加的现象称为加工硬化或形变强化。当应力达到 R_m 时试样的均匀变形阶段即告终止，此最大应力 R_m 称为材料的强度极限或抗拉强度，它表示材料对最大均匀塑性变形的抗力。

在 R_m 值之后，试样开始发生不均匀塑性变形并形成缩颈，应力下降，最后应力达到 σ_g 时试样断裂。 σ_g 为材料的条件断裂强度，它表示材料对塑性的极限抗力。

上述应力-应变曲线中的应力和应变是以试样的初始尺寸进行计算的，事实上，在拉伸过程中试样的尺寸是在不断变化的，此时的真实应力 σ 应该是瞬时载荷 (P) 除以试样的瞬时截面积 (A)，即： $\sigma=P/A$ ；同样，真实应变 ε 应该是瞬时伸长量除以瞬时长度 $d\varepsilon=dL/L$ 。它不像应力-应变曲线那样在载荷达到最大值后转而下降，而是继续上升直至断裂，这说明金属在塑性变形过程中不断地发生加工硬化，从而外加应力必须不断增高，才能使变形继续进行，即使在出现缩颈之后，缩颈处的真实应力仍在升高，这就排除了应力-应变曲线中应力下降的假象。